**Liczby ujemne**

[Arytmetyka – szkoła podstawowa – raczej łatwe – bardzo przydatne]

Liczby ujemne – mniej niż zero

Wszystkie liczby, których używaliśmy, były dodatnie. Istnieją także liczby ujemne, czyli mniejsze niż 0. Trudno wyobrazić sobie przedmiot, którego waga, długość lub ilość byłaby ujemna (w życiu codziennym taki przedmiot oczywiście nie istnieje), lecz z wartościami ujemnymi można się często spotkać: gdy mówimy o podziemnym piętrze, położonym niżej niż parter, gdy nasz stan konta jest ujemny (wydaliśmy więcej niż zarobiliśmy), gdy mówimy o depresji w sensie geograficznym (terenie położonym poniżej poziomu morza), lub choćby można mieć wadę, czyli „cechę ujemną”.

Liczby ujemne zawsze noszą znak „–” (czyt. minus), który stoi przed tą liczbą. Liczbę odczytamy: minus czterdzieści pięć, a nie „odjąć czterdzieści pięć”

Jeśli do dowolnej liczby dodatniej dostawimy właśnie znak „minus”, to otrzymamy **liczbę** **przeciwną** do niej. Tak więc liczbami przeciwnymi są np.: i , i , i , i itd.

Dodawanie i odejmowanie liczb ujemnych

Intrygującym pytaniem może być „Jaki jest wynik działania ?”. Zwykle odpowiada się na nie „Nie da się tego zrobić”, lecz matematycznie jest to możliwe. Wynikiem takiego działania jest , czyli jeden poniżej zera.

Wykonując odejmowanie większej liczby od mniejszej, można w pamięci zamienić je na odejmowanie mniejszej od większej, a do wyniku dopisać jedynie znak „minus”.

Przykłady odejmowania mniejszej liczby od większej:

Liczba ujemna nie musi być jedynie wynikiem działania, można bowiem wykonywać na niej różne operacje. Przykładowo do liczby możemy dodać 6, otrzymamy wtedy . Można sobie wyobrazić, że ktoś jest nam dłużny 10zł, a po oddaniu 6zł jest nam winny już jedynie 4zł. Rozumując podobnie, jeśli ktoś jest nam winny 10zł, możemy pożyczyć mu jeszcze 6zł, po czym będzie on dłużny 16zł. Można to przedstawić w postaci odejmowania: .

Ponieważ dodawanie jest działaniem przemiennym, nie ważne, w jakiej kolejności ustawimy składniki względem siebie. Działanie jest zwykłym dodawaniem, w którym także możemy zamienić dodawane liczby stronami. Ponieważ traktujemy w całości jako liczbę, nie możemy oddzielić jej od swojego **znaku**, czyli minusa. Zamieniając liczby i stronami: , zauważamy pewną niedogodność, wynikającą z występowania obok siebie dwóch znaków działań: plusa i minusa. Taki zapis jest niedopuszczalny, ponieważ wprowadza zamieszanie, więc w takim przypadku całą liczbę zamykamy w nawias (wtedy nawias dotyczy zarówno samej liczby, jak i jej znaku). Tak więc poprawnie zapisane działanie wyglądałoby: . Mimo że w takim działaniu znów dwa symbole znajdują się bezpośrednio w pobliżu („-” i „=”), zapis jest dopuszczalny. Przy okazji warto zapamiętać, że

W działaniu nie wolno stawiać dwóch znaków działań bezpośrednio obok siebie

Wtedy zawsze stosujemy nawiasy

Można zauważyć, że działanie jest równoznaczne z działaniem 7-3, zatem zbiór symboli +(-…) można zastąpić zwykłym znakiem „odjąć” -…

Podobnie w przypadku działania należy zastąpić niezręczny zapis -(-…) prostszym znakiem „dodać” +…

Przykłady dodawania i odejmowania liczb ujemnych:

12+(-6)=12-6=6

12-(-48)=12+48=60

-67+(-11)+2=-67-11+2=-78+2=-76

42-(-(-13))=42-13=29

-(56+3)+(-(-65+(-7)))=-59-(-65-7)=59-(-72)=-59+72=13

Wartość bezwzględna

Aby obliczyć różnicę wysokości pomiędzy dwoma punktami położonymi na różnym poziomie (np. pomiędzy wierzchołkiem góry, a jej podnóżem) odejmujemy te dwie wysokości, które powinny być podane w m n.p.m. (metrach nad poziomem morza). Jednak jeśli obliczamy głębokość lub różnicę głębokości, odejmując np. od 0 m n. p. m. wartość -100 m n.p.m., otrzymamy wynik ujemny. Ponieważ nie można powiedzieć że odległość pomiędzy dwoma miejscami jest ujemna (nie mówimy „dno morza położone jest -100 metrów poniżej poziomu wody”, tylko „dno morza położone jest 100 m poniżej poziomu wody”), toteż wprowadzono **wartość bezwzględną** liczby. Oznacza to, że wyciągając wartość bezwzględną liczby, zawsze zmieniamy jej znak na dodatni, czyli ewentualnie zabieramy jej znak „”. Wartość bezwzględna liczb dodatnich jest im równa. Liczbę, z której wyciągamy wartość bezwzględną, zamykamy dwiema pionowymi kreskami po jej obu stronach.

Przykłady wyciągania wartości bezwzględnej:

∣-7∣=7

∣9∣=9

∣-909∣=909

∣87∣=87

Mnożenie i dzielenie liczb ujemnych

W przypadku mnożenia i dzielenia, w którym występują liczby ujemne, działania na samych wartościach liczbowych wykonujemy bez problemu, zwracając jedynie szczególną uwagę na znaki. Wykonując działanie możemy sobie wyobrazić, że pięć osób pożycza od nas po 10zł. Wtedy cała grupa jest nam winna 50zł, więc wynikiem naszego działania jest .

Zważając na to, że mnożenie, podobnie jak dodawanie, jest przemienne, możemy zamienić liczby i stronami. Ponieważ występowałyby wtedy obok siebie znaki „” i „-”, liczbę zamykamy w nawias:

Dzielenie, np., także możemy sobie wyobrazić w postaci przykładu z życia codziennego: Pięcioosobowa grupa jest dłużna 50zł. Jeśli każdy złoży się po 10zł, razem uda im się spłacić należną kwotę. Zatem wynikiem naszego działania jest .

Mimo że dzielenie nie jest przemienne, możemy spotkać zapis typu . Wtedy znak „minus” można przenieść na liczbę 50 i wykonać dzielenie (otrzymalibyśmy działanie ).

Często w bardziej rozbudowanych działaniach z mnożeniem i dzieleniem spotkamy kilka „minusów” obok siebie (oczywiście odpowiednio oddzielonych nawiasami). Większość z tych działań trudno, a wręcz nie da się wyjaśnić opierając się na przykładach z życia, posługujemy się wtedy czystą matematyką i logiką. Jeśli mamy do czynienia z mnożeniem lub dzieleniem dwóch liczb ujemnych, oba znaki „” znoszą się, a wynik z pewnością pozostanie dodatni. Jeśli wśród liczb, na których wykonujemy mnożenie bądź dzielenie, trzy posiadają znak „minus”, wynik będzie ujemny (ponieważ dwa znaki „minus” znoszą się, a pozostaje jeszcze trzeci z nich). Analizując tego rodzaju działania z kilkoma liczbami ujemnymi, możemy odkryć pewną zasadę:

Jeśli wśród liczb, na których wykonujemy mnożenie lub dzielenie, występuje parzysta ilość liczb ujemnych, wynik będzie dodatni; jeśli nieparzysta – wynik będzie ujemny

Przykłady mnożenia i dzielenia liczb ujemnych:

-14:(-7)=2

-8(-22):4=44

11(-11):(-11)=11

-1(-1)(-1)1(-1):1:1(-1):(-1)1:(-1)=-1

Zadania

1.Oblicz: